Polinomi

Un polinomio è una somma algebrica di monomi.

Esempio: a^2b+2a ; $xy-\frac{1}{2}y^2$; $a^3+b^3+c^2$ sono polinomi.

I vari monomi che compongono il polinomio si chiamano "termini" del polinomio.

Un monomio può anche essere considerato come un polinomio con un solo termine.

NOTA: se in un polinomio ci sono monomi simili questi si sommano e il polinomio si dice **ridotto a forma normale.**

Esempio: $6ab-x^2y^2-2ab=4ab-x^2y^2$

Definizione: se un polinomio ridotto a forma normale ha 2 termini, cioè è costituito da 2 monomi, si chiama *binomio*, se è costituito da 3 monomi si chiama *trinomio*.

Esempio: $2a+b$ è un binomio
$2a^2+b+c^3$ è un trinomio

Definizione: *il grado di un polinomio è il grado del suo termine di grado maggiore*.

Esempio: x^3y-xy^2 ha grado 4

Definizione: *il grado di un polinomio rispetto ad una lettera è il massimo degli esponenti con cui compare quella lettera.*

Esempio: x^3y-xy^2 ha grado 3 rispetto alla lettera x e grado 2 rispetto alla lettera y.

Termine "noto" di un polinomio: *è il termine di grado 0 cioè il termine in cui non compare nessuna lettera.*

Esempio: a^2b+2 2 è il termine noto

Polinomio omogeneo: *un polinomio si dice omogeneo quando tutti i suoi termini hanno lo stesso grado.*

Esempio: $a^3b+3a^2b^2+ab^3$ è un polinomio omogeneo poiché tutti i suoi termini hanno grado 4.

Operazioni con i polinomi

Addizione tra polinomi
La somma tra due o più polinomi è il polinomio che ha per termini tutti i termini dei polinomi addendi.

Esempio: $\left(x^2y+xy\right)+\left(2xy-4x^2y+x^3\right)=\underline{x^2y}+\underline{\underline{xy}}+\underline{\underline{2xy}}-\underline{4x^2y}+x^3=$

(si riduce sommando i termini simili)

$=-3x^2y+3xy+x^3$

Differenza tra polinomi
La differenza tra due polinomi si ottiene sommando al primo polinomio l'opposto del secondo (si cambia il segno dei coefficienti del secondo).

Esempio: $\left(x^2y+xy\right)-\left(2xy-4x^2y+x^3\right)=\underline{x^2y}+\underline{\underline{xy}}-\underline{\underline{2xy}}+\underline{4x^2y}-x^3=$

$=5x^2y-xy-x^3$

Per indicare addizione e sottrazione tra polinomi si parla di **somma algebrica**.

Moltiplicazione di un monomio per un polinomio
Per moltiplicare un monomio per un polinomio si applica la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione e si moltiplica il monomio per ciascun termine del polinomio.

Esempio: $5a^2\cdot(a+3b)=5a^2\cdot a+5a^2\cdot 3b=5a^3+15a^2b$

Moltiplicazione tra due polinomi
Si moltiplica ogni termine del 1° polinomio per ogni termine del 2° e si sommano i risultati (sempre per la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione).

Esempio: $\left(5a^2+b\right)\cdot(a+3b)=5a^2\cdot(a+3b)+b\cdot(a+3b)=5a^3+15a^2b+ab+3b^2$

<u>NOTA</u>: il grado del prodotto è la somma dei gradi dei polinomi fattori (per la proprietà delle potenze).

<u>NOTA</u>: come si moltiplicano tre polinomi?
Prima si moltiplicano due polinomi e il risultato si moltiplica per il terzo.

Esempio:
$$\begin{aligned}&(x+1)(2x+2)(x-4)=\\&\left(2x^2+2x+2x+2\right)(x-4)=\\&\left(2x^2+4x+2\right)(x-4)=\\&2x^3-8x^2+4x^2-16x+2x-8=\\&2x^3-4x^2-14x-8\end{aligned}$$

Esercizi
(somma e prodotto tra polinomi)

1) $(4x^3-5x^2+2)+(-3x^2+2x^2-2)$ $[4x^3-6x^2]$

2) $(-8a^5+6a^3+3a-2)+(5a^5-3a^3+2a)$ $[-3a^5+3a^3+5a-2]$

3) $(3a^3+5a^2-2a+1)-(3a^3-2a^2+5a-7)$ $[7a^2-7a+8]$

4) $(3x^3-4y^2)+(5y^2-4x^3)+(x^3-y^3)$ $[y^2-y^3]$

5) $(3x-2)-(3x+2)-(-2x+1)-(-3x-1)$ $[5x-4]$

6) $x^2(x+y-1)-x(x-y)-y(x^2-2)-xy$ $[x^3-2x^2+2y]$

7) $[-2a(3a-2)-a]\cdot(-2a^2)-(-2a^3)(3a-1)-2a(9a^3)$ $[-8a^3]$

8) $(-x^3)[(-x^2)\cdot(2a-3x)-3x^3]-2ax(x^4-1)$ $[2ax]$

9) $(3a+2)(a-3)+(4a-1)(a+2)$ $[7a^2-8]$

10) $(2a-1)(a+1)-(a-1)(2a-3)$ $[6a-4]$

11) $(a^3+2b)(a^3-2b)-(a^5+a)(a-1)$ $[a^5-a^2+a-4b^2]$

12) $(4x^2+9y^2)(4x^2-9y^2)-y^3(16x^2-81y)$ $[16x^4-16x^2y^3]$

13) $(a+b)(a-b)(a^2+b^2)$ $[a^4-b^4]$

14) $3a(a+2)5a-2a(a+3)(a-1)$ $[13a^3+26a^2+6a]$

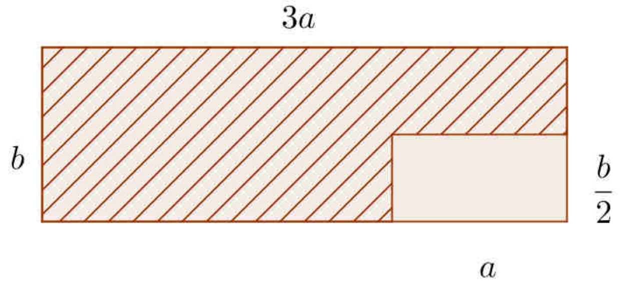
15) $(3x-2y)(x-4y)-(5x+3y)(2x-5y)$ $[-7x^2+23y^2+5xy]$

16) $\frac{3}{2}a(1+3a)(3a-1)+3\left(\frac{1}{2}a+\frac{1}{3}\right)\left(a+\frac{1}{3}\right)$ $[\frac{27}{2}a^3+\frac{3}{2}a^2+\frac{1}{3}]$

17) $(x+3)(2x-5)+(1-3x)(4-x)+(2-5x)(4-x)$ $[10x^2-34x-3]$

Problemi di geometria
(polinomi)

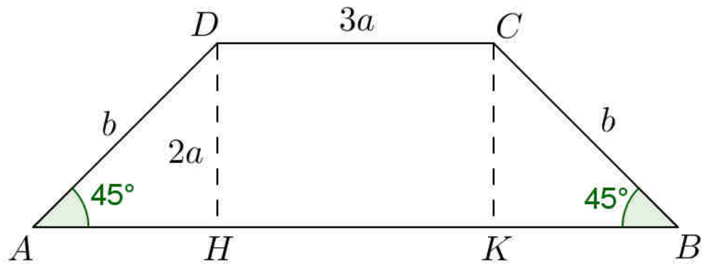
1) Determina perimetro e area della figura tratteggiata



$[\,2p = 2b + 6a\,;\, A = \frac{5}{2}ab\,]$

2) *Problema svolto*

Considera il trapezio isoscele in figura e determina perimetro e area.



Osservando il triangolo AHD (triangolo rettangolo isoscele) si ha

$$\overline{AH} = \overline{KB} = 2a$$

Quindi $\overline{AB} = 2a + 3a + 2a = 7a$

Allora $2p = 7a + 3a + 2b = 10a + 2b$

$$A = \frac{1}{2}(7a + 3a) \cdot 2a = 10a^2$$

Prodotti notevoli

Nella moltiplicazione dei polinomi ci sono dei casi particolari che conviene ricordare.

Prodotto della somma di due monomi per la loro differenza

$$(A+B)(A-B)$$

Consideriamo per esempio:

$(2a+b)(2a-b)=4a^2-2ab+2ab-b^2=4a^2-b^2$

In generale si ha:

$$(A+B)(A-B)=A^2-AB+AB-B^2=A^2-B^2$$

cioè si ottiene sempre la differenza tra il quadrato del 1° monomio e il quadrato del 2° monomio.

Esempi

1) $(a+1)(a-1)=a^2-1$

2) $(3a+5b)(3a-5b)=9a^2-25b^2$

3) $\left(\frac{1}{2}x-y\right)\left(\frac{1}{2}x+y\right)=\frac{1}{4}x^2-y^2$

4) $(x+y)(-y+x)=(x+y)(x-y)=x^2-y^2$

5) $(3a-b)(b+3a)=(3a-b)(3a+b)=9a^2-b^2$

6) $(a-1)(a+1)(a^2+1)=(a^2-1)(a^2+1)=a^4-1$

Quadrato di un binomio

$$(A+B)^2$$

Consideriamo per esempio:

$$(2a+b)^2 = (2a+b)(2a+b) = 4a^2 + 2ab + 2ab + b^2 =$$
$$= 4a^2 + 4ab + b^2 =$$
$$= (2a)^2 + 2\cdot(2a)\cdot b + (b)^2$$

In generale si ha:

$$(A+B)^2 = (A+B)(A+B) = A^2 + AB + AB + B^2 =$$
$$= A^2 + 2AB + B^2$$

Quindi il quadrato di un binomio risulta uguale alla somma tra il quadrato del 1° termine, il quadrato del 2° termine e il doppio prodotto tra il 1° termine e il 2° termine del binomio.

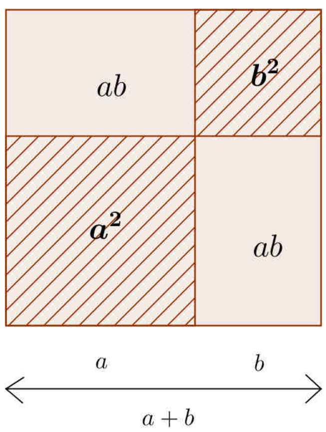
Esempi

1) $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

2) $(x-y)^2 = x^2 + 2(x)(-y) + (-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

3) $\left(\frac{1}{2}x + y\right)^2 = \frac{1}{4}x^2 + 2\cdot\frac{1}{2}x\cdot y + y^2 = \frac{1}{4}x^2 + xy + y^2$

Interpretazione geometrica



$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Il quadrato di lato ***a+b*** è dato dall'unione del quadrato di lato ***a***, del quadrato di lato ***b*** e di due rettangoli di lati ***a*** e ***b*** (e quindi area ***2ab***)

Nota: vediamo come risulta il quadrato di un trinomio.

$$
\begin{aligned}
&(A+B+C)^2 = (A+B+C)(A+B+C) = \\
&= A^2 + AB + AC + BA + B^2 + BC + CA + CB + C^2 = \\
&= A^2 + B^2 + C^2 + 2AB + 2AC + 2BC
\end{aligned}
$$

Quindi il quadrato di un trinomio è dato dalla *somma tra quadrato del 1° termine, quadrato del 2° termine, quadrato del 3° termine e il doppio prodotto tra il 1° e il 2° termine, il doppio prodotto tra il 1° e il 3° termine e il doppio prodotto tra il 2° e il 3° termine.*

Esempio

$$
\begin{aligned}
&(3a-b-2c)^2 = \\
&= 9a^2+b^2+4c^2+2\cdot(3a)\cdot(-b)+2\cdot(3a)\cdot(-2c)+2\cdot(-b)\cdot(-2c) = \\
&= 9a^2+b^2+4c^2-6ab-12ac+4bc
\end{aligned}
$$

Cubo di un binomio

$$
\begin{aligned}
&(A+B)^3 = (A+B)(A+B)(A+B) = \\
&= (A+B)^2(A+B) = (A^2+2AB+B^2)(A+B) = \\
&= A^3 + A^2B + 2A^2B + 2AB^2 + AB^2 + B^3 = \\
&= A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3
\end{aligned}
$$

Quindi il cubo di un binomio risulta *la somma tra cubo del 1°termine, cubo del 2°termine, triplo prodotto tra il quadrato del 1°termine e il 2°termine, triplo prodotto tra il 1°termine e il quadrato del 2°termine.*

Esempi

1) $(2a+b)^3 = 8a^3+b^3+3\cdot(2a)^2\cdot(b)+3\cdot(2a)\cdot(b)^2 = 8a^3+b^3+12a^2b+6ab^2$

2) $(2a-b)^3 = 8a^3+(-b)^3+3\cdot(2a)^2\cdot(-b)+3\cdot(2a)\cdot(-b)^2 = 8a^3-b^3-12a^2b+6ab^2$

Esercizi
(prodotti notevoli)

1) $3x(x+2)-(x-1)-(x+3)(x-3)-2x^2$ $[5x+10]$

2) $3a^2+(2a-5b)(2a+5b)-b(a-3b)+22b^2+ab$ $[7a^2]$

3) $(1-2x)^2+(x+2)^2-5(x^2-2)$ $[15]$

4) $\left(\frac{1}{2}-a\right)^2-3\left(a-\frac{1}{2}\right)\left(a+\frac{1}{2}\right)+2(a-1)^2$ $[3-5a]$

5) $\left(\frac{3}{2}a-2b\right)^2-\left(-\frac{1}{2}a+3b\right)^2-2(-a)^2$ $[-3ab-5b^2]$

6) $(a-1)^2-(a-1)(a+1)(a^2-1)+(a^2+1)^2$ $[5a^2-2a+1]$

7) $(x+3)^2-(6+x)(x-6)-(1-x)^2+x(x-8)$ $[44]$

8) $(x+a+2)^2-(x+a)^2-4(2+x+a)$ $[-4]$

9) $(a+1+2y)^2-(a-1)(a+1)-(1+2y)^2-2a$ $[1+4ay]$

10) $a^3-(-b)^3-(a+b)^3-\frac{1}{3}a(3b+1)(1-3b)$ $[-3a^2b-\frac{1}{3}a]$

11) $(x-2y)^3-(2x-y)^3-6xy(x+y)+7y^3+8x^3$ $[x^3]$

12) $(x+y)^2-2y(x-y)-(x+y)(y-x)$ $[2x^2+2y^2]$

13) $(a^2+b^2)(a^2-b^2)-(a^2+b^2)^2+2a^2(a^2+b^2)$ $[2a^4-2b^4]$

14) $(x+1)^3+3(x+1)^2+3(x+1)+1$ $[x^3+6x^2+12x+8]$

15) $(2a+x-2)^2+4a(2-x)-(x-3)^2-\left[(-2a)^2-5\right]$ $[2x]$

16) $(a-3)(a+3)-(2a+1)^2$ [$-3a^2-4a-10$]

17) $\left(\frac{1}{2}x-y\right)\left(y+\frac{1}{2}x\right)+\frac{1}{2}(x+y)^2$ [$\frac{3}{4}x^2-\frac{1}{2}y^2+xy$]

18) $(x-2y)(2y-x)-(x+y)(x-y)$ [$-2x^2-3y^2+4xy$]

19) $\left(\frac{1}{3}a+1\right)\left(\frac{1}{3}a-1\right)+(a-1)^2-\frac{2}{9}a(5a-9)$ [0]

20) $(2x-1)^2+\left(\frac{3}{2}x-1\right)^2$ [$\frac{25}{4}x^2-7x+2$]

21) $(x+2y)^2-(x-2y)^2-8xy$ [0]

22) $\left(x-\frac{y}{2}\right)^2+\left(x+\frac{y}{2}\right)^2-\frac{y^2}{2}$ [$2x^2$]

23) $(2x-3y)(2x+3y)-(2x+3y)^2$ [$-18y^2-12xy$]

24) $(xy+1)(1-xy)+(xy+1)^2$ [$2xy+2$]

25) $(a^2-2)^2-(a^2-2)(a^2+1)-a^2-6$ [$-4a^2$]

26) $(3x-y^2)^2-(3x+y^2)(3x-2y^2)-y^2(y^2-3x+2y^2)$ [0]

27) $2x(3x-2y)^2+x(x+4y)(x-4y)+8xy^2$ [$19x^3-24x^2y$]

28) $(5ab-3a)^2-2(5ab-3a)(3a+5ab)+(4a+5ab)^2$ [$43a^2+10a^2b$]

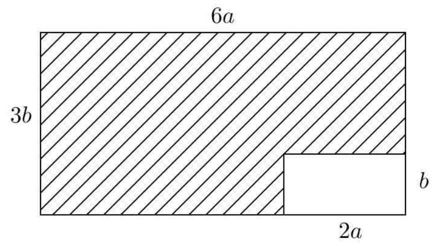
29) $[(x+1)(x-1)]^2-(2+x^2)^2+\frac{3}{2}(2x-3)(2x+3)$ [$-\frac{33}{2}$]

30) $2(y-3x)^2+2(2x+y)(y-2x)-9x^2-2xy-(2y-x)^2$ [$-10xy$]

Esercizi

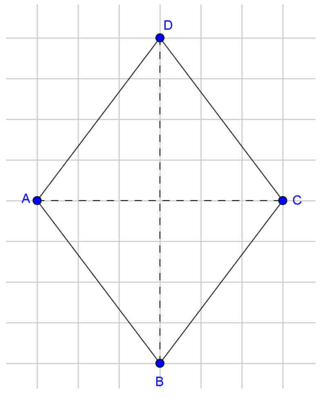
(calcolo letterale e geometria)

1) Determina perimetro e area della figura tratteggiata.



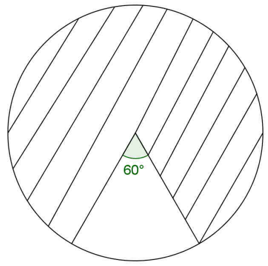
[$2p = 12a + 6b$; $A = 16ab$]

2) Determina perimetro e area del rombo in figura sapendo che $\overline{AC} = 6a$; $\overline{BD} = 8a$.



[$2p = 20a$; $A = 24a^2$]

3) Determina l'area A del settore circolare tratteggiato sapendo che il raggio misura $2a$.

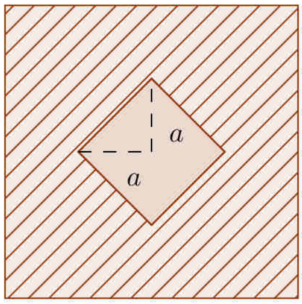


[$A = \frac{10}{3}\pi a^2$]

4) Considera un rettangolo R di dimensioni a e b . Se a viene aumentato del 50% e b viene diminuito del 50% come risulta l'area del nuovo rettangolo R'? Come risulta rispetto all'area di R?

[$A_{R'} = \frac{3}{4}ab$; $A_{R'} = \frac{3}{4}A_R$]

5) Determina l’area della zona tratteggiata.



$4a$

[$14a^2$]

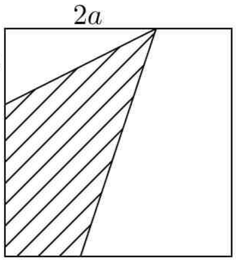
6) Determina l’area di un esagono regolare di lato $2a$.

[$A = 6\sqrt{3}a^2$]

7) Considera un quadrato di lato *3a* e determina l’area della zona tratteggiata .

$2a$

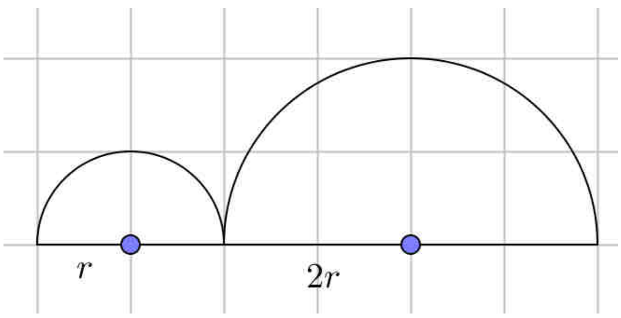
a



a

[$A = \frac{7}{2}a^2$]

8) Determina perimetro e area della figura seguente.

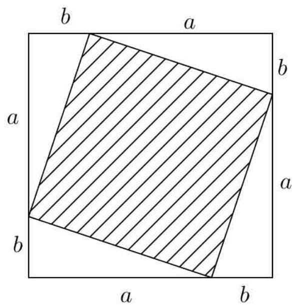


[$6r + 3\pi r$; $\frac{5}{2}\pi r^2$]

9) Un parallelepipedo rettangolo ha dimensioni *a*, *2a*, *3°* . Calcola il suo volume V. Aumenta di 1 tutte le dimensioni e calcola il nuovo volume V’.

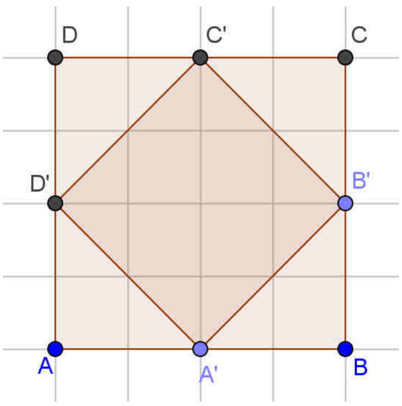
[$V = 6a^3$; $V' = 6a^3 + 11a^2 + 6a + 1$]

10) Calcola l'area A della zona tratteggiata.



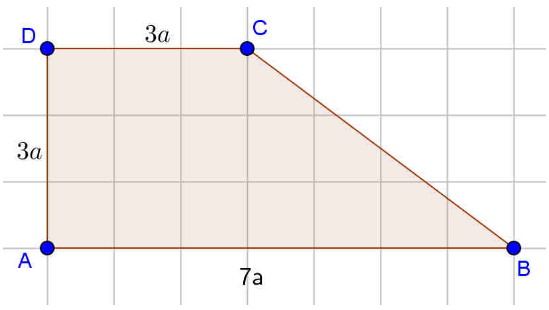
[$A = a^2 + b^2$]

11) Calcola l'area del quadrato ABCD di lato $\overline{AB} = 2a + 3$ e l'area del quadrato A'B'C'D' ottenuto congiungendo i punti medi. Come risulta l'area di A'B'C'D' rispetto all'area di ABCD ?



[$A(ABCD) = 4a^2 + 9 + 12a; \quad A(A'B'C'D') = 2a^2 + \frac{9}{2} + 6a$]

12) Determina perimetro e area del trapezio ABCD.



[$2p = 18a; \quad A = 15a^2$]

Divisione tra polinomi

Divisione di un polinomio per un monomio

Esempio 1

$$\left(2a^3b+a^2\right):a^2=?$$

Per la proprietà distributiva della divisione rispetto all'addizione ho:

$\left(2a^3b:a^2\right)+\left(a^2:a^2\right)=2ab+1$

Quindi in questo caso, essendo ogni termine del polinomio divisibile per il monomio, il polinomio risulta divisibile per il monomio.

$\left(2a^3b+a^2\right):a^2=2ab+1$

Quindi: $(2ab+1)\cdot a^2=2a^3b+a^2$ cioè se

$$\begin{array}{l|l} A & B \\ \hline & Q(quoziente) \end{array}$$ si ha $Q\cdot B=A$

Esempio 2

$$\left(2a^3b+a^2\right):a^3=?$$

In questo caso il polinomio non è divisibile per a^3 poiché il suo 2° termine a^2 non è divisibile per a^3.

Possiamo scrivere $\dfrac{2a^3b+a^2}{a^3}=2b+\dfrac{1}{a}$ ma *non è un polinomio*.

Esercizi

1) $\left(x^3y^2+x^2\right):x=........$

2) $\left(3ab^2-2b\right):b=.........$

Divisione tra due polinomi in una sola lettera

Consideriamo polinomi contenenti una sola lettera.

Definizione: dati 2 polinomi A e B diciamo che A è divisibile per B se esiste un polinomio Q che moltiplicato per B dà A cioè:

$$\begin{array}{c|l} A & B \\ \cline{2-2} & Q \end{array} \qquad\qquad Q \cdot B = A$$

Esempio

$$(x^2 - 1) : (x + 1) = ?$$

Poiché sappiamo che $(x+1)(x-1) = x^2 - 1$ abbiamo

$$\begin{array}{c|l} x^2 - 1 & x+1 \\ \cline{2-2} & x-1 \end{array} \qquad \text{poiché } (x+1)(x-1) = x^2 - 1$$

Ma in generale come possiamo trovare il quoziente?

Per svolgere la divisione tra due polinomi possiamo seguire un procedimento simile a quello usato per la divisione tra due numeri.
Riprendiamo l'esempio precedente:

- I polinomi vanno ordinati secondo le potenze decrescenti della loro lettera e dobbiamo lasciare, nel dividendo A, degli spazi vuoti in corrispondenza delle potenze mancanti

$$\begin{array}{ccc|l} x^2 & \qquad & -1 & x+1 \\ \cline{4-4} & & & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{c|l} A & B \\ \cline{2-2} & \end{array}$$

- Dividiamo il 1° termine del dividendo per il 1° termine del divisore e scriviamo il risultato (1° termine del quoziente Q)

$$\begin{array}{ccc|l} x^2 & \qquad & -1 & x+1 \\ \cline{4-4} & & & x \end{array}$$

- Moltiplichiamo x per ogni termine del divisore $(x+1)$ e sottraiamo i risultati ai termini corrispondenti in grado del dividendo A (x^2-1); sommiamo in colonna e otteniamo $-x-1$

$$\begin{array}{lll|l} x^2 & & -1 & x+1 \\ \cline{4-4} -x^2 & -x & & x \\ \cline{1-3} // & -x & -1 & \end{array}$$

- Poiché $-x-1$ ha grado uguale al divisore si può ancora dividere.
  Ripetiamo quindi il procedimento precedente partendo da $-x-1$ ed in questo caso otterremo resto R=0 e quoziente Q= $x-1$

$$\begin{array}{lll|l} x^2 & & -1 & x+1 \\ \cline{4-4} -x^2 & -x & & \underbrace{x-1}_{\text{Q quoziente}} \\ \cline{1-3} // & -x & -1 & \\ & x & 1 & \\ \cline{2-3} & // & // & \end{array}$$

NOTA IMPORTANTE

Se il resto R (di grado minore del divisore) è diverso da zero, A non è divisibile per B ma si avrà:

$$Q \cdot B + R = A$$

Esempio $(x^2+x+1):(x+1)=?$

$$\begin{array}{lll|l} x^2 & +x & +1 & x+1 \\ \cline{4-4} -x^2 & -x & & \underbrace{x}_{\text{Q}} \\ \cline{1-3} // & // & \underbrace{1}_{R} & \end{array}$$

$$\begin{array}{llll} Q\cdot & B+ & R= & A \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \end{array}$$
$$x\cdot(x+1)+1 = x^2+x+1$$

NOTA: il grado di Q è uguale alla differenza tra il grado di A e il grado di B.

Esempi svolti

1) $\left(x^3-8\right):\left(x-2\right)$

$$
\begin{array}{cccc|l}
x^3 & & & -8 & x-2 \\
\cline{5-5}
-x^3 & 2x^2 & & & \underbrace{x^2+2x+4}_{Q} \\
\cline{1-2}
// & 2x^2 & & -8 & \\
& -2x^2 & 4x & & \\
\cline{2-3}
& // & 4x & -8 & \\
& & -4x & 8 & \\
\cline{3-4}
& & // & // & \\
& & R=0 & &
\end{array}
$$

Quindi x^3-8 è divisibile per $x-2$ e $\left(x^2+2x+4\right)\left(x-2\right)=x^3-8$

2) $\left(x^3-2x+1\right):\left(2x-1\right)$

$$
\begin{array}{cccc|l}
x^3 & & -2x & 1 & 2x-1 \\
\cline{5-5}
-x^3 & \frac{1}{2}x^2 & & & \underbrace{\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{4}x-\frac{7}{8}}_{Q} \\
\cline{1-2}
// & \frac{1}{2}x^2 & -2x & +1 & \\
& -\frac{1}{2}x^2 & \frac{1}{4}x & & \\
\cline{2-3}
& // & -\frac{7}{4}x & +1 & \\
& & \frac{7}{4}x & -\frac{7}{8} & \\
\cline{3-4}
& & // & \underbrace{\frac{1}{8}}_{R} &
\end{array}
$$

Verifichiamo che $Q\cdot B+R=A$

$$\left(\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{4}x-\frac{7}{8}\right)(2x-1)+\frac{1}{8}=x^3-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{4}x-\frac{7}{4}x+\frac{7}{8}+\frac{1}{8}=x^3-2x+1$$

Esercizi

(divisione tra polinomi in una sola lettera)

1) $(x^4+3x^2-4):(x^2-4)$ [$Q=x^2+7$; $R=24$]

2) $(15a^3-8a^2-9a+2):(3a+2)$ [$Q=5a^2-6a+1$; $R=0$]

3) $(7a-a^3+2+a^2):(a^2+2)$ [$Q=-a+1$; $R=9a$]

4) $(16x^5-8x^3+2x-1):(x^3-1)$ [$Q=16x^2-8$; $R=16x^2+2x-9$]

5) $(2a^3-4a^2+a+2):(2a^2+a-1)$ [$Q=a-\frac{5}{2}$; $R=\frac{9}{2}a-\frac{1}{2}$]

6) $(x^5-x^3+1):(x^2+1)$ [$Q=x^3-2x$; $R=2x+1$]

7) $(y^3-5y^2+3y-6):(y^2+1-2y)$ [$Q=y-3$; $R=-4y-3$]

8) $(-3y^3+11y^2-9y-2):(3y^2-5y-1)$ [$Q=2-y$; $R=0$]

9) $(a^2-a-12):(a-4)$ [$Q=a+3$; $R=0$]

10) $(2x^3-9x+1):(x-3)$ [$Q=2x^2+6x+9$; $R=28$]

11) $(3x^3+x^2-8x+4):(x+2)$ [$Q=3x^2-5x+2$; $R=0$]

12) $(b^2-b+b^3+15):(3+b)$ [$Q=b^2-2b+5$; $R=0$]

13) $(2x^3-x-3x^2+2):(x-1)$ [$Q=2x^2-x-2$; $R=0$]

Scheda per il recupero
(CALCOLO LETTERALE: MONOMI E POLINOMI)

1. $\left(-\frac{1}{3}x\right)^2 \cdot (-2y) + (-xy)^3 + xy \cdot \left(-\frac{1}{9}x\right) + x^3 y \cdot (-y)^2$ $[-\frac{1}{3}x^2 y]$

2. $[-3xy \cdot \left(\frac{1}{9}x^2 y\right) - y^2 \cdot (-x)^3] : (-x)^2 + 2x^2 y^2 : (-x)$ $[-\frac{4}{3}xy^2]$

3. In un triangolo isoscele la base misura $10a$ e il lato obliquo $13a$. Determina perimetro e area del triangolo.
$[36a \quad ; \quad 60a^2]$

4. Un quadrato ha lato che misura $4a$. Calcola perimetro, area e misura della diagonale.
$[16a; \quad 16a^2; \quad 4a\sqrt{2}]$

5. Considera un triangolo equilatero di lato $3b$. Determina perimetro e area del triangolo.
$[9b; \quad \frac{9}{4}\sqrt{3}b^2]$

6. $(x+3)\cdot(2x-5)+(1-3x)\cdot(4-x)+(2-5x)\cdot(4-x)$ $[10x^2-34x-3]$

7. $\left(\frac{1}{2}-a\right)^2 - 3\cdot\left(a-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(a+\frac{1}{2}\right)+2\cdot(a-1)^2$ $[3-5a]$

8. $(a-2b)^2-(a+b)\cdot(a-b)$ $[5b^2-4ab]$

9. $(2a^2b+ab^3):a+(a-b)^2$ $[a^2+b^2+b^3]$

10- $(a-2b)^3-(a-b)\cdot(a^2+2ab)-(-2b)^3$ $[-7a^2b+14ab^2]$

11. $(x^3+x^2-1):(x+1)$ $[Q=x^2; \quad R=-1]$

12. $(2x^2-3x^3+x+2):(x-2)$ $[Q=-3x^2-4x-7; \quad R=-12]$